

MATEMATIKA 2
Ispit

9. lipnja 2014.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \ln \frac{x-1}{x+1}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^2 (x^2 - 4x) dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$ oko $(x_0, y_0) = (3, -3)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.01$ i $\Delta y = -0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^2 + 2x$ i $y = x^3$ te pravcima $x = 0$ i $x = 2$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y' + y^2 x = 0 \quad (b) 3xy = 2xy' + x^2 \sin x$$

$$(c) x - yy' = 2 \quad (d) y \cos x + y' \sin x = 0.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

9. lipnja 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int \frac{\sqrt[3]{x-\ln x}}{x} dx$, (4 boda)

(ii) $\int_1^{e^{2\pi}} \sin(\ln x) dx$. (6 bodova)

2. (i) Odredite volumen tijela nastalog rotacijom oko osi y lika omeđenog parabolom $x + y^2 = 20$ i pravcem $x = 0$. (6 bodova)

- (ii) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približnu vrijednost funkcije $f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$ u točki $(1.96, 3.1)$. (4 boda)

3. (i) Promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy.$$

(5 bodova)

- (ii) Izračunajte taj integral (u bilo kojem poretku) ako je $f(x, y) = -\frac{x^2}{y^2}$. (5 bodova)

4. (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine u točki $(1, 1, 1)$ na plohu zadanu jednadžbom

$$2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + \ln(2x + 3y - 4z) = 10, \quad z = f(x, y).$$

(5 bodova)

- (ii) Odredite $z_{yy}(x, y)$. (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 5y = \sin x.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y'' - 4y' + 5y = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \quad (3 \text{ boda})$$